

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

 Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
25.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.20 Теоретическая механика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.01 математика
- 2. Профиль подготовки:** дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Сапронова Татьяна Юрьевна, к.ф.-м.н., математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500–06 от 25.05.2023
- 8. Учебный год:** 2025–2026 **Семестр(ы):** пятый, шестой

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение математических моделей механических систем.

Задачи учебной дисциплины:

- применение математических методов к описанию движения и исследованию механических систем;

- овладение методами классической и аналитической механики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина «Теоретическая механика» является обязательной дисциплиной блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Теоретическая механика»:

- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные);
- аналитическая геометрия (действия с векторами, линии и поверхности второго порядка);
- дифференциальные уравнения (дифференциальные уравнения первого порядка, линейные дифференциальные уравнения и системы);
- линейная алгебра (матрицы, определители).

Дисциплина «Теоретическая механика» является необходимой для усвоения учебных курсов по математическим моделям механических систем, математическим моделям специальной теории относительности, физике.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код | Название компетенции | Коды | Индикаторы | Планируемые результаты обучения |
|-------|--|---------|---|--|
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1 | Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук. | Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. |
| | | ОПК-1.2 | Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики. | Уметь: оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики. |
| | | ОПК-1.3 | Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. |
| ОПК-2 | Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных | ОПК-2.1 | Оценивает основные принципы математических моделей. | Знать: основные принципы математических моделей. |
| | | ОПК-2.2 | Выбирает необходимые методы исследования, модифицирует существующие и разрабатывает новые методы, исхо- | Уметь: выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывает новые методы, исхо- |

| | | | | |
|--|---|---------|--|---|
| | естествозна- нии, технике, экономике и управлении. | ОПК-2.3 | для из задач конкретного ис- следования. Применяет полученные ре- зультаты, представляет итоги проделанной работы. | ходя из задач конкретного ис- следования. Владеть: навыками примене- ния полученных результатов исследования и представле- ния итогов проделанной рабо- ты. |
|--|---|---------|--|---|

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 7/252.

Форма промежуточной аттестации — зачет (семестр 5), экзамен (семестр 6)

13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы | Трудоемкость | | |
|---|--------------|--------------|--------|
| | Всего | По семестрам | |
| | | сем. 5 | сем. 6 |
| Аудиторные занятия | 104 | 72 | 32 |
| в том числе: | лекции | 52 | 36 |
| | практические | 52 | 36 |
| | лабораторные | 0 | 0 |
| Самостоятельная работа | 112 | 72 | 40 |
| в том числе: курсовая работа (проект) | 0 | 0 | 0 |
| Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.) | 36 | 0 | 36 |
| Итого: | 252 | 144 | 108 |

13.1. Содержание дисциплины

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|--------------------------------|---------------------------------|---|---|
| 1. Лекции | | | |
| 1.1 | Кинематика. | Траектория, закон движения, скорость точки, ускорение точки, теорема о сложении скоростей, угловая скорость твердого тела, теорема Эйлера о скоростях точек твердого тела, теорема Кориолиса. Плоскопараллельное движение. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |
| 1.2 | Динамика точки. | Законы Ньютона, уравнения движения материальной точки в декартовых и естественных осях, теоремы динамики точки, первые интегралы уравнений движения. Движение под действием центральной силы, законы Кеплера, движение по поверхности и кривой (точка со связью), реакции связей, теорема об изменении энергии для несвободной точки, относительное движение и относительное равновесие точки со связью, вес тела на Земле. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |
| 1.3 | Динамика системы точек. | Связи и их классификация, обобщенные координаты и обобщенные силы, силы внутренние и внешние, теоремы динамики систем, первые интегралы уравнений движения и законы сохранения. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |
| 2. Практические занятия | | | |

| | | | |
|-----|-------------------------|---|---|
| 2.1 | Кинематика. | Траектория, закон движения, скорость точки, ускорение точки, теорема о сложении скоростей, угловая скорость твердого тела, теорема Эйлера о скоростях точек твердого тела, теорема Кориолиса. Плоскопараллельное движение. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |
| 2.2 | Динамика точки. | Законы Ньютона, уравнения движения материальной точки в декартовых и естественных осях, теоремы динамики точки, первые интегралы уравнений движения. Движение под действием центральной силы, законы Кеплера, движение по поверхности и кривой (точка со связью), реакции связей, теорема об изменении энергии для несвободной точки, относительное движение и относительное равновесие точки со связью, вес тела на Земле. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |
| 2.3 | Динамика системы точек. | Связи и их классификация, обобщенные координаты и обобщенные силы, силы внутренние и внешние, теоремы динамики систем, первые интегралы уравнений движения и законы сохранения. | https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074 |

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | | Всего |
|--------|---------------------------------|----------------------|--------------|--------------|------------------------|----------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Контроль | |
| 1. | Кинематика. | 20 | 20 | | 30 | 0 | 70 |
| 2. | Динамика точки. | 20 | 20 | | 30 | 0 | 70 |
| 3. | Динамика системы точек. | 12 | 12 | | 52 | 36 | 112 |
| Итого: | | 52 | 52 | | 112 | 36 | 252 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий и активную работу во время занятий, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 112 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Теоретическая механика» предполагает выполнение следующих заданий:

- 1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1–3 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;
- 2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (5 семестр – зачет, 6 семестр – экзамен).

Учебные пособия по данному курсу размещены на сайте https://vk.com/t_meh. На этом же сайте преподаватель публикует вспомогательные материалы и указания по изучаемым в данный момент вопросам, программы коллоквиумов и т.д.

Для изучения курса теоретической механики необходимо иметь соответствующую математическую подготовку. Во всех разделах курса широко используется векторная алгебра. Необходимо уметь вычислять проекции векторов на координатные оси, находить геометрически (построением векторного треугольника или многоугольника) и аналитически (по проекциям на координатные оси) сумму векторов, вычислять скалярное и векторное произведения двух векторов и знать свойства этих произведений, а в кинематике и динамике – дифференцировать векторы. Надо также уметь свободно пользоваться системой прямоугольных декартовых координат на плоскости и в пространстве, знать, что такое единичные векторы (орты) этих осей и как выражаются составляющие вектора по координатным осям с помощью ортов.

Для изучения кинематики надо совершенно свободно уметь дифференцировать функции одного переменного, строить графики этих функций, быть знакомым с понятиями о естественном трехграннике, кривизне кривой и радиусе кривизны, знать основы теории кривых 2-го порядка, изучаемой в аналитической геометрии.

Для изучения динамики надо уметь находить интегралы (неопределенные и определенные) от простейших функций, вычислять частные производные и полный дифференциал функций нескольких переменных, а также уметь интегрировать дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и неоднородные) с постоянными коэффициентами.

При изучении материала курса по учебнику (конспекту) нужно, прежде всего, уяснить существо каждого излагаемого там вопроса. Главное – это понять изложенное в учебнике (конспекте), а не “заучить”.

Доказательства надо уметь воспроизводить самостоятельно, поняв идею доказательства; пытаться просто их “заучивать” не следует, никакой пользы это не принесет.

Особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач; теоретические знания надо научиться применять на практике. Для этого, изучив материал данной темы, надо разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в учебнике или обсуждаются на занятиях. Затем решите самостоятельно несколько аналогичных задач из сборника задач И. В. Мещерского. Разбирая и решая задачи, обращайтесь внимание на то, какие положения теории применяются.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1. | Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики : Учебник для гос ун-тов / Н.Н. Бухгольц; В переработке и с дополнениями С.М. Тарга. — Ч.2: Динамика системы материальных точек .— М.: Наука, 1972 .— 332с. (см. https://vk.com/t_meh?w=wall267966804_3) |
| 2. | Айзерман М.А. Классическая механика : [учебное пособие] / М. А. Айзерман .— М. : Физматлит, 2005 .— 378 с. |
| 3. | Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по техн. специальностям / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. — СПб. [и др.] : Лань, 2006 .— 447 с. (см. https://vk.com/t_meh?w=wall267966804_64) |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 4. | Арнольд В.И. Математические методы классической механики : учебное пособие для студ. ун-тов / В.И. Арнольд .— М. : Наука, 1974 .— 431 с. |
| 5. | Маркеев А.П. Теоретическая механика : Учеб. пособие для студ. механико-мат. спец. ун-тов .— М. : Наука, 1990 .— 414 с. (см. https://vk.com/t_meh?w=wall267966804_3) |
| 6. | Сборник задач по теоретической механике : Учебное пособие для студентов вузов / [Н.А. Бражниченко, В.Л. Кан, Б.Л. Минцберг и др.] ; под ред. Н.А. Бражниченко .— М. : Высшая школа, 1986 .— 479 с. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

| № п/п | Ресурс |
|-------|---|
| 7. | https://vk.com/t_meh – страница «В Контакте», посвященная данному курсу |
| 8. | https://lib.vsu.ru/ – электронный каталог ЗНБ ВГУ |
| 9. | https://www.youtube.com/c/NAUKA0/playlists?view=50&sort=dd&shelf_id=3 – лекции ученых МГУ |

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. |
| 2 | Поляхов Н.Н. Теоретическая механика : [учебник для вузов по направлениям и специальностям "Математика" и "Механика"] / Н.Н. Поляхов, С.А. Зегжда, М.П. Юшков ; под ред. П.Е. Товстика .— 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Высшая школа, 2000 .— 591, [1] с. |
| 3 | Прядко И.Н. Кинематика : конспекты лекций / И.Н. Прядко, Б.Н. Садовский ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2009 .— 60 с. (https://vk.com/t_meh?w=wall267966804_4) |
| 4 | Прядко И.Н. Кинематика : учебно-метод. пособие / И.Н. Прядко, Т.Ю. Сапронова. — Воронеж : Издат. дом ВГУ, 2021 .— 48 с. (https://vk.com/t_meh) |
| 5 | Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете |

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и практических занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Теоретическая механика» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7074>) на портале «Электронный университет ВГУ».

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория: специализированная мебель

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция | Индикаторы достижения компетенции | Оценочные средства |
|---|--|----------------|--|---|
| 1. | Кинематика. | ОПК-1 ОПК-2 | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 | домашние задания, контрольная работа, собеседование по билетам к экзамену |
| 2. | Динамика точки. | ОПК-1 ОПК-2 | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 | домашние задания, контрольная работа, собеседование по билетам к экзамену |
| 3. | Динамика системы точек. | ОПК-1 ОПК-2 | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 | домашние задания, контрольная работа, собеседование по билетам к экзамену |
| Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен | | | | Перечень вопросов к экзамену |

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: работа у доски, домашние задания, контрольная работа.

20.1.1 Перечень заданий для контрольных работ

Комплект заданий для контрольной работы №1

Вариант 1

1. Муравей движется равноускоренно по прямолинейной тропинке. Найти ускорение муравья, если расстояние между песчинками P и Q , лежащими на этой тропинке, равно l , а скорость муравья при пробегании мимо песчинок P и Q принимает значения v_1 и v_2 соответственно.

2. Точка M движется по окружности радиуса $R = 1$ с центром в точке $S(0, 2)$ против часовой стрелки. Найти скорость и ускорение точки в тот момент времени, когда ее координаты равны $(-1, 2)$, если $\varphi(t) = \frac{\pi}{4}t^2$ (φ — угол (в радианах) между векторами $\vec{e}_1 = (1, 0)$ и \vec{SM} , t — время в секундах).

3. Система $Ox_1y_1z_1$ вращается вокруг неподвижной оси Oz_1 с постоянной угловой скоростью $\omega = \frac{\pi}{3}$ (рад/с). Точка M движется по оси Oy_1 из точки $y_1 = 2$ в положительном направлении оси со скоростью $v_1 = 1$ (см/с). Найти абсолютное ускорение и кориолисово ускорение точки M в момент времени $t = 3$ с относительно неподвижной системы $Oxyz$, с которой система $Ox_1y_1z_1$ совпадает в момент времени $t = 0$.

Вариант 2

1. Студент движется равнозамедленно и прямолинейно по коридору университета. Найти расстояние между аудиториями A и B , если при прохождении мимо этих аудиторий скорость студента принимала значения v_1 и v_2 соответственно, а ускорение (замедление) студента равно a .

2. Точка M движется по окружности радиуса $R = 1$ с центром в точке $S(2, -1)$ против часовой стрелки. Найти скорость и ускорение точки в тот момент времени, когда она находится на оси Ox , если $\varphi(t) = \frac{\pi}{8}t^2$ (φ — угол (в радианах) между векторами $\vec{e}_1 = (1, 0)$ и \vec{SM} , t — время в секундах).

3. Система $Ox_1y_1z_1$ вращается вокруг неподвижной оси Oz_1 с постоянной угловой скоростью $\omega = \frac{\pi}{2}$ (рад/с). Точка M движется по оси Ox_1 из точки $x_1 = 5$ в отрицательном направлении оси со скоростью $v_1 = 1$ (см/с). Найти абсолютное ускорение и кориолисово ускорение точки M в момент времени $t = 2$ с относительно неподвижной системы $Oxyz$, с которой система $Ox_1y_1z_1$ совпадает в момент времени $t = 0$.

Комплект заданий для контрольной работы № 2

Вариант 1 1. Тележка разгоняется по горизонтальной дороге из состояния покоя до скорости v_1 (м/с) за время T (с) под действием силы, вдвое большей силы трения. Найти коэффициент трения f .

2. Снаряд выпущен с начальной скоростью v_0 (м/с) под углом α (рад) к горизонту и приземлился через время T (с) на расстоянии s (м) от начальной точки по горизонтали, причем максимальная его высота над горизонтом за время полета составила h (м). Зная h и α , найти v_0 , T и s .

3. Точка массы 2 кг движется в плоскости из состояния покоя под действием двух сил: $\vec{F}_1 = (12t, 0)^T$ и $\vec{F}_2 = (-4, 8)^T$. Найти уравнения движения точки и ее скорость в момент времени $t_1 = 1$ (сек), если известно, что в начальный момент координаты точки равны $(2, -1)$.

Вариант 2 1. Тележка при движении по инерции по горизонтальной дороге с коэффициентом трения f останавливается за время T (с). Найти начальную скорость тележки.

2. Снаряд выпущен с начальной скоростью v_0 (м/с) под углом α (рад) к горизонту и приземлился через время T (с) на расстоянии s (м) от начальной точки по горизонтали, причем максимальная его высота над горизонтом за время полета составила h (м). Зная s и α , найти v_0 , T и h .
3. Точка массы 1 кг движется в плоскости из начала координат под действием двух сил: $\vec{F}_1 = (\cos t, 0)^T$ и $\vec{F}_2 = (4, 6t)^T$. Найти уравнения движения точки и ее скорость в момент времени $t_1 = 1$ (сек), если известно, что в начальный момент скорость точки равна $(0, 1)^T$.

Комплект заданий для контрольной работы № 3

- Вариант 1**
1. Груз массой 100 г подвесили к концу недеформированной пружины и отпустили без начальной скорости. Длина недеформированной пружины равна 45 см, а при равновесии груза на пружине ее длина равна 65 см. Найти: 1) уравнение движения груза; 2) амплитуду и период колебаний.
2. Материальная точка движется под действием силы всемирного тяготения по эллиптической орбите, причем известно, что максимальное значение угловой скорости равно ω_1 , минимальное – ω_2 , а минимальное значение расстояния от движущейся точки до фокуса (центра поля) равно ρ_1 . Найти: 1) константу $c = |r \times v|$, 2) большую полуось a орбиты, 3) абсолютную величину скорости точки в тот момент времени, когда угловая скорость минимальна.

- Вариант 2**
1. Груз массой 100 г движется по гладкой горизонтальной прямой под действием пружины и магнитной силы величины 0,98 Н, направленной на растяжение пружины. В начальный момент пружина не деформирована и ее длина равна 55 см, а груз отпущен с нулевой скоростью. В положении равновесия длина пружины равна 75 см. Найти: 1) уравнение движения груза; 2) амплитуду и период колебаний.
2. Материальная точка движется под действием силы всемирного тяготения по эллиптической орбите, причем известно, что максимальное значение угловой скорости равно ω_1 , максимальное значение расстояния от движущейся точки до фокуса (центра поля) равно ρ_2 , большая полуось орбиты равна a . Найти: 1) константу $c = \rho^2 \dot{\varphi}$, 2) минимальное значение угловой скорости, 3) абсолютную величину скорости точки в тот момент времени, когда угловая скорость минимальна.

Комплект заданий для контрольной работы № 4

- Вариант 1**
1. Тяжелая бусинка движется по гладкой проволоке под действием силы тяжести. Форма проволоки описывается уравнениями $y = x^2 - x$, $z = 0$ (ось Oy направлена вертикально вверх). Составить уравнение движения бусинки (уравнение Лагранжа 2-го рода).
2. Материальная точка A массы 60 г в плоскости Oxy движется по кривой $y = tg x$ по закону $x(t) = \pi t$ см. Материальная точка B массы 50 г соединена с точкой A невесомым стержнем длины 40 см и также движется в плоскости Oxy , причем угол $\varphi = \angle(\vec{e}_x, \vec{AB})_n$ изменяется по закону $\varphi(t) = \pi(t^2 + t)$ рад. Найти импульс системы $\{A, B\}$ в момент времени $t_1 = 1$ с.
3. На горизонтальной платформе длины 8 м находятся три человека: первый (массы 70 кг) стоит на левом конце платформы, второй (массы 80 кг) – на правом, а третий (массы 50 кг) – ровно посередине. В каком направлении и на какое расстояние должен был переместиться третий человек, если первые два поменялись местами, а сама платформа осталась в прежнем положении?

- Вариант 2**
1. Тяжелая бусинка движется по гладкой проволоке под действием силы тяжести. Форма проволоки описывается уравнениями $z = \cos^2 x$, $y = 0$ (ось Oz направлена вертикально вверх). Составить уравнение движения бусинки (уравнение Лагранжа 2-го рода).
2. Материальная точка A массы 50 г в плоскости Oxy движется по кривой $y = x^3$ по закону $x(t) = e^t$ см. Материальная точка B массы 20 г соединена с точкой A невесомым стержнем дли-

ны 30 см и также движется в плоскости Oxy , причем угол $\varphi = \angle(\vec{e}_x, \vec{AB})_n$ изменяется по закону

$$\varphi(t) = \frac{\pi t^2}{2} \text{ рад.}$$

Найти импульс системы $\{A, B\}$ в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. На горизонтальной платформе длины 12 м и массы 3000 кг находятся три человека: первый (массы 50 кг) стоит на левом конце платформы, второй (массы 100 кг) – на правом, а третий (массы 60 кг) – ровно посередине. В каком направлении и на какое расстояние переместится платформа, если первые два человека поменяются местами, а третий станет рядом с первым?

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

контрольная работа, собеседование по экзаменационным билетам.

20.2.1 Перечень вопросов к экзамену

20.2.1.1 Вопросы к коллоквиуму по КИНЕМАТИКЕ

1. Абсолютное пространство и абсолютное время. Материальные (отмеченные) точки. Декартова система отсчета (ДСО).
2. Закон движения материальной точки в ДСО. Скорость и ускорение материальной точки. Траектория. Пример: движение точки по окружности.
3. Цилиндрическая система координат. Выражение скорости и ускорения через цилиндрические координаты.
4. Сферическая система координат. Выражение скорости и ускорения через сферические координаты.
5. Естественный способ задания движения. Пример: движение по винтовой линии.
6. «Подвижные» и «неподвижные» системы отсчета. Матрица перехода (замены координат).
7. Абсолютная скорость, относительная скорость и переносная скорость. Абсолютное ускорение, относительное ускорение, переносное ускорение и кориолисово ускорение.
8. Теорема о сложении скоростей и ускорений (с доказательством).
9. Два частных случая сложного движения: а) «подвижная» система движется поступательно относительно «неподвижной»; б) «подвижная» система вращается вокруг неподвижной оси.
10. Пример: точка на ободе колеса.
11. Неизменяемая система, твердая среда и твердое тело. Скорости и ускорения точек твердой среды. Векторное произведение двух векторов.
12. Поступательное движение точек твердой среды. Два критерия поступательного движения (лемма о перемещении отрезка и лемма о двух неколлинеарных отрезках) (с доказательством).
13. Вращательное движение твердой среды. Ось вращения. Вектор угловой скорости.
14. Лемма о кососимметричности (с доказательством). Лемма о кососимметрической матрице и векторном произведении (с доказательством).
15. Теорема Эйлера о скоростях точек твердой среды (с доказательством). Вектор мгновенной угловой скорости.
16. Свойства вектора мгновенной угловой скорости (с доказательством).
17. Теорема о равенстве проекций скоростей точек твердой среды на прямую, проходящую через эти точки (с доказательством).
18. Плоскопараллельное движение твердой среды: определение и примеры. Критерий плоскопараллельного движения (теорема о траекториях) (с доказательством).
19. Вектор мгновенной угловой скорости при плоскопараллельном движении.
20. Мгновенный центр скоростей. Теорема о мгновенном центре скоростей (с доказательством).
21. Геометрический способ нахождения мгновенного центра скоростей. Примеры

20.2.1.2 Вопросы к коллоквиуму по ДИНАМИКЕ

1. Предмет классической динамики. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея.
2. Потенциальное силовое поле. Потенциальная энергия. Закон сохранения энергии (с доказательством). Примеры потенциальных силовых полей.
3. Теорема об изменении импульса материальной точки (с доказательством). Теорема об изменении момента импульса (кинетического момента) материальной точки (с доказательством). Пример.
4. Работа силы на конечном пути (определение). Работа постоянной силы на прямолинейном пути. Мощность силы (определение). Примеры.
5. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки (с доказательством). Пример.
6. Свободные колебания материальной точки при отсутствии сопротивления.
7. Влияние постоянной силы на свободные колебания материальной точки. Примеры.

8. Центральная сила (определение). Примеры центральных сил. Теорема о потенциальной энергии центральной силы (с доказательством).
9. Кинетический момент точки в центральном поле. Траектория точки в центральном поле.
10. Уравнения движения в центральном поле (с выводом).
11. Секторная скорость. Второй закон Кеплера (с доказательством).
12. Уравнения орбит (без вывода). Зависимость формы орбиты от значения эксцентриситета. Первый закон Кеплера.
13. Зависимость формы орбиты от начальной скорости небесного тела. Первая и вторая космические скорости.
14. Третий закон Кеплера (с доказательством).
15. Силы, действующие на точки материальной системы. Импульс системы материальных точек (определение). Теорема об изменении импульса системы (с доказательством). Закон сохранения импульса системы (с доказательством). Пример.
16. Центр масс системы материальных точек (определение). Независимость центра масс от выбора системы отсчета. Центр масс системы материальных точек, состоящей из нескольких подсистем. Примеры.
17. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Пример.
18. Кинетический момент системы материальных точек (определение). Теорема об изменении кинетического момента системы (с доказательством). Закон сохранения кинетического момента системы (с доказательством). Пример.
19. Свободные и несвободные системы материальных точек. Уравнения связей. Примеры систем со связями. Активные силы и силы реакции связей. Примеры.
20. Степени свободы системы материальных точек. Обобщенные координаты. Примеры.
21. Уравнения Лагранжа 2-го рода (для материальной точки). Теорема (с доказательством).
22. Пример: уравнение маятника.
23. Уравнения Лагранжа 2-го рода (для системы материальных точек). Теорема (без доказательства).

20.2.3 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

| | | |
|--------------------------------|---|---|
| Формула экзаменационной оценки | Экз. оценка = $\frac{1}{3} (T1 + T2 + П)$ | T1 – оценка за 1-й коллоквиум (или 1-й вопрос в билете), T2 – оценка за 2-й коллоквиум (или 2-й вопрос в билете), П – общая оценка по практике. |
| Общая оценка по практике | $П = \frac{1}{4} (КР1 + КР2 + КР3 + КР4) + РД + ПП$ | КР(n) – оценки за контр. работы, РД – оценка за работу у доски, ПП – оценка за посещаемость |
| Оценка за работу у доски | $РД = 0,05 \times КРЗД$ | КРЗД – количество решенных задач у доски |
| Оценка за посещаемость | $ПП = 0,1 \times (6 - КППЗ)$ | КППЗ – количество пропущенных практических занятий |

Примечание: область допустимых значений оценок за коллоквиумы и контрольные работы – от 2 до 5; итоговая оценка округляется до целого числа.

| Критерии оценивания компетенций | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок |
|---|--------------------------------------|----------------|
| Обучающийся в полной мере использует фундаментальные знания в области математического анализа, функционального анализа и других дисциплин, способен к определению общих форм и закономерностей отдельной данной предметной области умеет строго доказать утверждения, формулировать результаты, быстро видит следствия полученного результата | <i>Повышенный уровень</i> | <i>Отлично</i> |
| Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы | <i>Базовый уровень</i> | <i>Хорошо</i> |

| | | |
|---|-------------------|---------------------|
| Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум-трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы, демонстрирует частичные знания. | Пороговый уровень | Удовлетворительно |
| Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки. | – | Неудовлетворительно |

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Задания открытого типа

1. Материальная точка движется в инерциальной системе отсчета, причем сумма всех действующих на нее сил равна нулю. Найдите значение скорости точки в момент времени $t = 10$ секунд, если ее начальная скорость равна 2 м/с.

Ответ: 2 м/с.

Решение: в силу первого закона Ньютона $v = const = 2$ м/с.

2. Найдите сумму всех сил, действующих на материальную точку массы 2 кг, если точка движется в инерциальной системе отсчета по прямой Ox согласно закону $x(t) = t^2 - t + 3$ (м).

Ответ: 4 Н.

Решение: в силу второго закона Ньютона $F_x = m\ddot{x} = 2 \cdot 2 = 4$ (Н).

3. Найдите значение скорости точки массы 2 кг в момент времени $t = 2$ секунды, если точка движется в инерциальной системе отсчета по прямой Ox из состояния покоя под действием силы $F = 4$ Н, сонаправленной с прямой Ox .

Ответ: 4 м/с.

Решение: в силу второго закона Ньютона

$$\dot{v}_x = a_x = \frac{1}{m} F_x = 2 \Rightarrow v_x = 2t \quad (v_0 = 0) \Rightarrow v_x(2) = 4 \text{ (м/с)}.$$

4. Найдите кинетическую энергию материальной точки массы 4 кг в момент времени $t = 1$ секунда, если точка движется в инерциальной системе отсчета по прямой Ox согласно закону

$$x(t) = t^3 - t + 1 \text{ (м)}.$$

Ответ: 8 Дж.

Решение: $v_x = \dot{x} = 3t^2 - 1 \Rightarrow v_x(1) = 2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} mv^2 = 8$ (Дж).

5. Найдите координаты силы $\vec{F}(x, y, z)$ в точке $A(1, 2, 3)$, если известна потенциальная энергия данной силы: $U(x, y, z) = x^2 - y^2 + 1$.

Ответ: $(-2, 4, 0)^T$.

Решение: $F = -gradU = -(2x, -2y, 0)^T = (-2x, 2y, 0)^T$, $F(1, 2, 3) = (-2, 4, 0)^T$.

Задания закрытого типа

6. Какая теорема утверждает существование и единственность вектора мгновенной угловой скорости ?

- а) Теорема о сложении скоростей и ускорений.
- б) Теорема Эйлера о скоростях точек твердой среды.
- в) Теорема о существовании мгновенного центра скоростей.

Ответ: б) Теорема Эйлера о скоростях точек твердой среды.

Решение заключается в сравнении формулировок указанных теорем.

7. Если в твердой среде существуют два неколлинеарных направленных отрезка, перемещающихся параллельно самим себе, то движение твердой среды является:

- а) вращательным, б) поступательным, в) плоскопараллельным.

Ответ: б) поступательным.

Решение: см. критерий поступательного движения твердой среды.

8. Если вектор мгновенной угловой скорости твердой среды в каждый момент времени равен нулю, то движение твердой среды является:

- а) вращательным, б) поступательным, в) плоскопараллельным.

Ответ: б) поступательным.

Решение вытекает из теоремы Эйлера и определения поступательного движения твердой среды.

9. При плоскопараллельном движении твердой среды вектор мгновенной угловой скорости:

- а) ортогонален пространству скоростей,
- б) принадлежит пространству скоростей,
- в) равен нулю.

Ответ: а) ортогонален пространству скоростей.

Решение: см. формулировку теоремы о векторе мгновенной угловой скорости при плоскопараллельном движении твердой среды.

10. Если в твердой среде существуют две неподвижные точки, то:

- а) движение твердой среды является вращательным,
- б) движение твердой среды является поступательным,
- в) среда неподвижна.

Ответ: а) движение твердой среды является вращательным

Решение: среда вращается вокруг прямой, проходящей через две неподвижные точки (см. определение вращательного движения твердой среды).

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):**

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).